Weber 比についての計算例

**Weberの法則**（生理学者 Ernst Heinrich Weber （1795 -1878)）

**物理量**Sの刺激を受けているときに、この刺激物理量をS＋ΔSに増加したとき、増加したことを**知覚できる最小の変化量**ΔS（jnd: just noticeable difference）に対して、

$$\frac{\Delta S}{S} = C$$ 一定が成り立つ。

Ｃを Weber 比と言い、物理量Ｓが力の場合、この値は 5%(0.05)位

意味するところは、知覚できる最小量は現在受けている刺激量に比例すると言うことです。

この法則は我々の感覚すなわち聴覚、視覚など感覚の生理特性のほとんどに当てはまることが知られている。

お金に例えて言うと一億円持っている人に千円あげても喜ばれないが？1 万円のお小遣いを持っている子に千円あげれば喜ばれる。　力の感覚で言えば、50Kg の荷物を背負っている時に 100g さらに乗せられても分からないが、1Kg に 100g の上乗せなら容易に分かる。人間の感覚は小さな刺激から大きな刺激まで、非常に幅の広い対応が出来るようになっている。

この特性により、我々は、小さい刺激から大きな刺激まで実用的に受け入れる。　家計簿から国家予算まで扱い、顕微鏡から天体望遠鏡まで駆使する。　どんどん大きな刺激を求めていく我々の欲望に限りが無いことを示す。

Weber 比 C とはどのくらいの値なのかデータから求めてみる。

車の乗り心地データは１９４８年の SAE ペーパーの R.N.Janeway 1948 SAE “Vehicle Vibration Limits To Fit The Passenger” が有名です。　これは世界中で使われている信頼性の高いデータです。

## ジェーンウェイの乗り心地曲線“Vehicle Vibration Limits To Fit The Passenger”

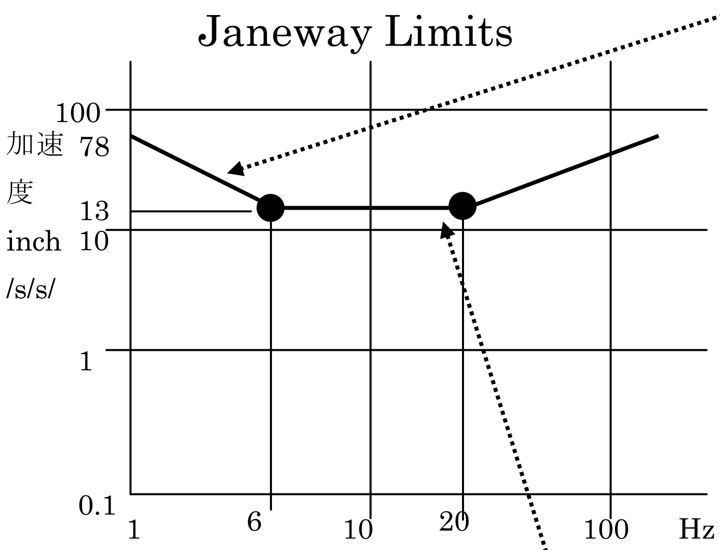
Janeway Limits は、乗り心地許容レベルが、１〜６Hz、６Hz〜２０Hz、２０Hz 以上と周波数で区分されており、a:加振振幅、　f:加振周波数　とすると

### Janeway Limit

$$1..6Hz \quad Jerk\ Limit: \quad a\ f^3 = 2 \quad (inch\text{表示}) \quad = .05 \quad (m\text{表示})$$

$$6..20Hz \quad Acceleration\ Limit: a\ f^2 = \frac{1}{3} \quad (inch\text{表示}) \quad = 0.0085 \quad (m\text{表示})$$

$$20Hz.. \quad Velocity\ Limit: \quad a\ f = \frac{1}{60} \quad (inch\text{表示}) \quad = 0.00045 \quad (m\text{表示})$$




この周波数域では振動としてではなく動き（加速度波形**の変化**）そのものを感じる。　Weber 則の刺激物理量として加速度を指定して説明出来る。

$$\frac{\alpha'}{\alpha} \le \frac{a\omega^3}{g} = \frac{a\omega^2 \times \omega}{g} = Const$$

振幅 $a\omega^2$（縦軸） x 周波数 $\omega$ ＝一定の右下がりの直線。13x6=78x1。

この周波数域では周波数に無関係の加速度一定ですから、加速度振幅に依存する振動として感じている。　Weber 則の刺激物理量の増分ΔＳとして振動振幅 $a\omega^2$ を割り当てて説明出来る

Janeway　Limits を使って上下加速度に対する反応時間および Weber 比を求めると、

上下加速度に対しては加速度変化 3.4％を感じることができ、

Weber 比＝0.034

反応時間は 27ms となる。

## １　０～６Hz の Jerk Limit　$a\ f^3$=0.05m　より

上下方向運動の場合に人が受ける加速度αは重力Ｇが運動方向に加わるため、振幅 a、角速度ωの正弦波加振 $a \sin \omega t$ の加速度 $a\ \omega^2 \sin \omega t$ では、

$$\alpha \quad = \quad g + a\ \omega^2 \sin \omega t$$

この加速度αに対する Weber 比は $\dfrac{\Delta\alpha}{\alpha}$ となるが、 $\dfrac{\Delta\alpha}{\alpha} = \dfrac{\alpha' \Delta t}{\alpha}$ として、Δｔは感覚に要する時間定数でこれを省略したものを計算する。

$$\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{a\ \omega^3 \cos \omega t}{g + a\ \omega^2 \sin \omega t} \cong \frac{a\ \omega^3 \cos \omega t}{g} \leq \frac{a\ \omega^3}{g}$$

$\dfrac{\alpha'}{\alpha}$ の最大値は $\dfrac{a\ \omega^3}{g}$ となり、この最大値を感じるときが最小の上下加速度の Weber 比と考え、

上下方向の加速度感覚に対する Weber 比＝$\dfrac{a\ \omega^3}{g} \Delta t$

これに Janeway Limits の１～６Ｈｚの実験結果　$a\ f^3$=0.05m　を当てはめて求めれば、

$$C = \frac{\alpha'}{\alpha} \Delta t = \frac{a\omega^3}{g} \Delta t = \frac{8\pi^3}{g} af^3 \Delta t = \frac{8\pi^3}{g} 0.05\, \Delta t = 1.27\, \Delta t \qquad （１）$$

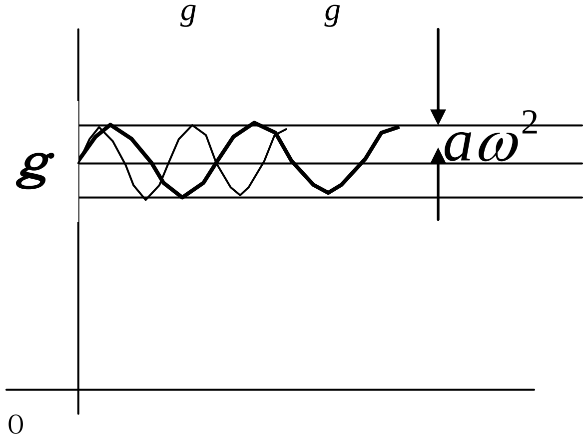
## ２　６～２０Hz の Acceleration Limit　$a\ f^2$=0.0085m　より

Janeway の限界曲線の６Ｈｚより高い周波数では、周波数に関係なく振動感覚は振幅値一定となっている。

Janeway の曲線の水平部分は、加速度波形の変化が速すぎて、人間の加速度感覚ではつ

いていけず、“動き“（加速度波形の変化）で感じるのでは無く、周波数に無関係に振動の大きさ $g \pm a\omega^2$ を感じるとして、Weber 比を加速度の振幅と重力加速度ｇの比として、 ΔS／ｇ 、下図の様にｇの周りの変化 $\pm a\omega^2$ を ΔS とすれば、$\Delta S = a\omega^2$ となる。

Weber 比 $= \dfrac{\Delta S}{g} = \dfrac{a\,\omega^2}{g} = C$ 一定で、等感覚曲線は水平な直線になる。




Janeway 曲線から水平部分の値は $a\ f^{\,2}$=0.0085m であるから、

$$C = \frac{\Delta g}{g} = \frac{a\,\omega^2}{g} = \frac{4\times\pi^2\times a\ f^{\,2}}{g} = \frac{4\times\pi^2\times 0.0085}{g} = 0.034 \qquad (2)$$

すなわち

$$C = 0.034$$

（１）式の $C = 1.27\,\Delta t$ より

$$\Delta t = \frac{0.034}{1.27} = 0.027 \quad \mathrm{sec}$$

すなわち、上下加速度では 3.4％変化を感じ、それにに要する時間は２７ms となる。